

数 学

次の にあてはまるものを解答欄にマークせよ。

必答問題

1.

(1) 40 人の生徒に 2 本の映画 A , B を見たことがあるかどうか尋ねたところ, A を見たことがある生徒は 15 人, B を見たことがある生徒は 19 人, A も B も見たことがある生徒は 11 人いた。このとき, A も B も見たことがない生徒は アイ 人である。

(2) $y = x^2 + 2x + 3$ のグラフを x 軸方向に ウ , y 軸方向に エオ 平行移動させると, $y = x^2 - 4x + 1$ のグラフに重なる。

(3) $A(3, 4)$, $B(5, 7)$, $C(\alpha, \beta)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の重心と, $D(2, 8)$, $E(4, 3)$, $F(6, 4)$ を頂点とする $\triangle DEF$ の重心が一致するとき, α の値は カ , β の値は キ である。

(4) 3 桁の自然数のうち, 23 の倍数であるものの和は クケコサシ である。

必答問題

2. 図のような正三角錐を考える。ここで、頂点 A から底面 BCD への垂線の足を H とする。

(1) $\triangle BCD$ の面積 S は

$$S = \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

(2) BH の長さは

$$BH = \frac{\boxed{\text{セ}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

(3) AH の長さは

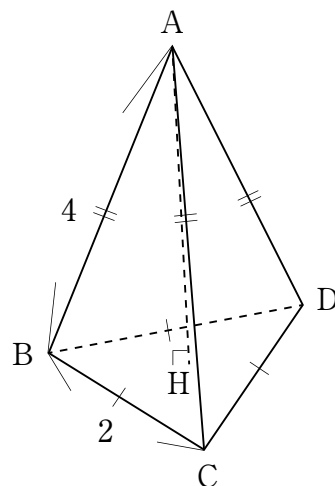
$$AH = \frac{\boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。

(4) 正三角錐の体積 V は

$$V = \frac{\boxed{\text{ナ}} \sqrt{\boxed{\text{ニヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}}$$

である。



(次の頁に問題が続きます)

必答問題

3. k, a, b, c を実数とする。 x の 4 次式

$$x^4 - 3x^3 + 4x^2 + kx - 15$$

は

$$(x^2 + ax + 5)(x^2 + bx + c)$$

と因数分解されているとする。

(1) このとき, $c = -$ である。

(2) $a < b$ ならば, $a = -$, $b = -$ であり, このとき $k =$ となる。

$a \geq b$ ならば, $a = -$, $b = -$ であり, このとき $k = -$ となる。

(3) $(x^2 + ax + 5)(x^2 + bx + c) = 0$ を満たす正の実数 x は,

$a < b$ のときは

$$x = \frac{\text{ニ} + \sqrt{\text{ムメ}}}{\text{モ}}$$

であり, $a \geq b$ のときは

$$x = \text{ヤ}$$

である。

選択問題

選択問題 1 は数学Ⅲ、選択問題 2 は数学Ⅲ以外の範囲の出題である。どちらかの問題を選択し、マークシート右上の記入欄に選択した問題の番号を記入した上で、その番号をマークすること。

選択問題 1.

次の関数について考える。

$$y = \frac{(x-1)(x+2)}{x-2}$$

導関数 y' は

$$y' = \frac{\boxed{\text{ユ}}x^2 - \boxed{\text{ヨ}}x}{(x-2)^2}$$

となる。

関数 y は、 $x = \boxed{\text{ラ}}$ のとき極大値 $\boxed{\text{リ}}$ をとり、 $x = \boxed{\text{ル}}$ のとき極小値 $\boxed{\text{レ}}$ をとる。

また、関数 y は

$$y = \boxed{\text{ロ}}x + \boxed{\text{ワ}} + \frac{\boxed{\text{ン}}}{x-2}$$

と表すこともできる。

関数 y のグラフの漸近線は

$$x = \boxed{\text{あ}}$$

$$y = \boxed{\text{い}}x + \boxed{\text{う}}$$

である。

方程式

$$\frac{(x-1)(x+2)}{x-2} + k = 0$$

の実数解は、 $k = \boxed{\text{えお}}$ または $k = \boxed{\text{かき}}$ のとき実数解を 1 個もつ。

また、 $k > \boxed{\text{えお}}$ または $k < \boxed{\text{かき}}$ のとき実数解を 2 個もつ。

選択問題 2.

平面上の 2 つのベクトル \vec{a} , \vec{b} が $|3\vec{a} - \vec{b}| = 1$, $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 1$ を満たすように動くとき, $|\vec{a} + \vec{b}|$ の取り得る値の範囲を求めよ。

$3\vec{a} - \vec{b} = \vec{p}$ ……①, $\vec{a} + 2\vec{b} = \vec{q}$ ……② とおくと

①, ② から

$$\vec{a} = \frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}\vec{p} + \frac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}}\vec{q}, \quad \vec{b} = -\frac{\boxed{\text{ル}}}{\boxed{\text{ヨ}}}\vec{p} + \frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{リ}}}\vec{q}$$

と書ける。

よって, $\vec{a} + \vec{b} = \frac{\boxed{\text{ロ}}}{\boxed{\text{ワ}}}\vec{p} + \frac{\boxed{\text{ン}}}{\boxed{\text{ワ}}}\vec{q}$ で, $|\vec{p}| = |\vec{q}| = 1$ であるから,

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = \left| \frac{\boxed{\text{ロ}}}{\boxed{\text{ワ}}}\vec{p} + \frac{\boxed{\text{ン}}}{\boxed{\text{ワ}}}\vec{q} \right|^2 = \frac{\boxed{\text{あい}}}{\boxed{\text{うえ}}} + \frac{\boxed{\text{お}}}{\boxed{\text{かき}}}\vec{p} \cdot \vec{q}$$

となる。

ここで, $-|\vec{p}||\vec{q}| \leq \vec{p} \cdot \vec{q} \leq |\vec{p}||\vec{q}|$, $|\vec{p}| = |\vec{q}| = 1$ であるから,

$$-1 \leq \vec{p} \cdot \vec{q} \leq 1$$

である。ゆえに,

$$\frac{\boxed{\text{く}}}{\boxed{\text{うえ}}} \leq |\vec{a} + \vec{b}|^2 \leq \frac{\boxed{\text{けこ}}}{\boxed{\text{うえ}}}$$

である。

したがって, $|\vec{a} + \vec{b}|$ の取り得る値の範囲は,

$$\frac{\boxed{\text{さ}}}{\boxed{\text{し}}} \leq |\vec{a} + \vec{b}| \leq \frac{\boxed{\text{す}}}{\boxed{\text{せ}}}$$

となる。

(以 上)

(計 算 用 紙)

問題選択に関する注意

問題	必答・選択
1	必答
2	必答
3	必答
選択1 (数学Ⅲ)	いずれか1問を選択
選択2 (数学Ⅲ以外)	

マークシート右上の記入欄に選択した問題の番号を記入し、その番号をマークすること。